Metody estymacji parametrów systemów dynamicznych. Estymacja zmiennych stanu. Liniowy i rozszerzony filtr Kalmana.

**Czym są systemy dynamiczne?**

System dynamiczny to system, którego stan zmienia się w czasie. Może być on opisany równaniami różniczkowymi lub równaniami różnicowymi zamkniętymi. Przykłady systemów dynamicznych to:

* Układy mechaniczne, takie jak maszyny, pojazdy, roboty itp.
* Układy elektryczne, takie jak silniki, przetwornice, układy zasilania itp.
* Układy chemiczne, takie jak reaktory chemiczne, procesy fermentacji itp.
* Układy termiczne, takie jak piec, kotły, chłodziarki itp.
* Układy biologiczne, takie jak organizmy żywe, populacje, ekosystemy itp.

**Estymacja parametrów systemów dynamicznych i zmiennych stanu**

Estymacja parametrów systemów dynamicznych to proces polegający na określeniu wartości parametrów modelu matematycznego opisującego dany system dynamiczny na podstawie danych pomiarowych pochodzących z tego systemu.

Estymacja zmiennych stanu to proces polegający na określeniu wartości zmiennych stanu systemu dynamicznego na podstawie danych pomiarowych pochodzących z tego systemu. Zmienne stanu opisują stan fizyczny systemu w danym momencie, na przykład położenie, prędkość, pozycja itp.

Celem estymacji parametrów i zmiennych stanu jest opracowanie modelu, który jak najdokładniej odwzorowuje zachowanie rzeczywistego systemu. Estymacja parametrów i zmiennych stanu jest ważna dla wielu zastosowań, takich jak projektowanie układów kontroli, prognozowanie, diagnozowanie awarii i optymalizacja.

**Metody estymacji**

Istnieje wiele metod estymacji zmiennych stanu i estymacji parametrów systemów dynamicznych, w zależności od rodzaju systemu, dostępności danych i celów estymacji.

Metody estymacji parametrów systemów dynamicznych:

* Metoda najmniejszych kwadratów (LS) - polega na dopasowaniu modelu do danych pomiarowych tak, aby suma kwadratów błędów była minimalna.
* Metoda instrumentalna (IV) - jest metodą estymacji parametrów, która jest stosowana w celu rozwiązania problemu endogeniczności (czyli problemu, kiedy zmienna zależna jest potencjalnie skorelowana z nieobserwowalnymi zmiennymi). Metoda ta polega na zastąpieniu oryginalnych zmiennych instrumentami, które są skorelowane z oryginalnymi zmiennymi, ale nieskorelowane ze składnikiem losowym (nieobserwowalne zmiennie). Wykorzystanie zmiennej instrumentalnej pozwala na estymację parametrów modelu bez wprowadzenia błędu do estymacji, ponieważ eliminuje ona problem endogeniczności
* Metoda największej wiarygodności (MLE) - jest metodą estymacji parametrów, która polega na znalezieniu takich parametrów, które maksymalizują prawdopodobieństwo wystąpienia danych. Podejście to opiera się na idei, że dane są generowane przez model z pewnymi parametrami, a celem jest znalezienie tych parametrów, które najlepiej opisują dane. Aby zastosować metodę największej wiarygodności, należy najpierw zdefiniować funkcję wiarygodności danych dla danego modelu. Funkcja ta jest miarą prawdopodobieństwa wystąpienia danych dla danego modelu i danych parametrów. Następnie, należy znaleźć takie parametry, które maksymalizują funkcję wiarygodności. Ważnym założeniem tej metody jest to, że dane są generowane przez model z pewnymi parametrami, które są nieznane ale stałe.
* Metoda szeregów czasowych ARX/ARMAX - polega na wykorzystaniu szeregów czasowych, aby opisać system dynamiczny i określić jego parametry.

Metody estymacji zmiennych stanu:

* Metoda Kalmana-Bucy (ALE O TYM PÓŹNIEJ) - jest to metoda filtrowania estymacji stanu, która łączy model dynamiczny z danymi pomiarowymi, aby określić najprawdopodobniejszy stan systemu w danym momencie.
* Particle filter - jest to metoda estymacji stanu oparta na teorii filtrowania Monte Carlo, która która polega na stosowaniu algorytmów filtrowania cząsteczkowego do estymacji zmiennych stanu. Algorytm filtrowania cząsteczkowego polega na reprezentowaniu rozkładu prawdopodobieństwa stanu systemu przez zbiór cząstek, które są próbkowane zgodnie z aktualnym rozkładem prawdopodobieństwa. Każda cząstka jest reprezentowana przez parametry modelu, a ich liczba jest ograniczona. W kroku predykcji, każda cząstka jest przesunięta zgodnie z modelem dynamicznym i przydzielana waga zgodnie z prawdopodobieństwem generowania danych. W kroku aktualizacji, cząstki są ponownie próbkowane zgodnie z ich wagami, co pozwala na uwzględnienie danych pomiarowych.
* Metoda największej wiarygodności (MLE) - polega na określeniu zmiennych stanu, które maksymalizują prawdopodobieństwo wystąpienia danych pomiarowych.
* Metoda szeregów czasowych - polega na wykorzystaniu szeregów czasowych, aby opisać system dynamiczny i określić jego zmienne stanu.

**Liniowy i rozszerzony filtr Kalmana**

Filtr Kalmana jest algorytmem estymacji zmiennych stanu, który jest często stosowany w systemach dynamicznych z nieznanym stanem i szumem w danych pomiarowych. Istnieją dwa rodzaje filtra Kalmana: liniowy i rozszerzony.

* Filtr Kalmana liniowy jest stosowany do modeli dynamicznych, które są liniowe w zmiennych stanu i parametrach. Jest to najprostsza wersja filtra Kalmana i jest łatwa do zaimplementowania.
* Filtr Kalmana rozszerzony jest stosowany do modeli dynamicznych, które nie są liniowe w zmiennych stanu lub parametrach. Ten rodzaj filtra jest bardziej skomplikowany niż filtr liniowy i wymaga dodatkowej pracy, aby go zaimplementować, jednak pozwala na estymację nieliniowych systemów dynamicznych.

Filtr Kalmana składa się z dwóch kroków: kroku predykcji i kroku aktualizacji. Krok predykcji polega na przewidywaniu stanu systemu na podstawie jego modelu dynamicznego i aktualnego stanu. Krok aktualizacji polega na aktualizowaniu przewidywanego stanu na podstawie dostępnych pomiarów.

Oba filtry Kalmana działają na podobnej zasadzie: korzystają z modelu dynamicznego, aby przewidzieć przyszły stan systemu, a następnie korzystają z danych pomiarowych, aby poprawić tę prognozę. Jednak filtr rozszerzony jest bardziej uniwersalny, bo pozwala na estymację nieliniowych systemów dynamicznych.